



目次

教學目標	03
教材設計理念	04
模組架構	06
核心素養指標	06
教學活動安排	
引導活動	07
活動一	09
活動二	17
活動三	21
學生課本解答	26
附件	34





創意包裝盒設計大賽

「正方體與長方體」在十二年國教課程綱要草案中為五年級教學活動，對應之能力指標為S-5-6空間中線與面的關係：以操作活動為主。以正方體（長方體）為檢測工具。面與面的平行與垂直，線與面的垂直。（指標尚在修訂中）根據此指標，我們設定本教學模組之單元教學目標為：

1 認識正方體與長方體的構成要素。

3 認識正方體與長方體的展開圖。

2 認識正方體與長方體中，面與面的垂直平行關係；邊與邊的垂直平行關係。

4 認識正方體與長方體的示意圖。



教材設計理念

S-5-6 指標以「操作」活動為主，強調做中學。因此，本教學模組以實作活動為主軸，利用競賽情境包裝，逐步引導學生在探討與修正過程中，察覺、認識進而理解正方體與長方體的相關數學概念。考量學生先備經驗及教具操作的順暢性，我們將本單元切分為三個主要活動：



活動一 紙盒製作

此活動欲達成單元教學目標1、2(認識正方體與長方體的構成要素及面與面、邊與邊的垂直平行關係)。為了讓學生對「正方體」和「長方體」有進一步的認識，我們採取預測、實作、修正預測的模式進行教學，有別於二年級的教具使用，我們提供一張張的圖卡供學生黏貼組合。組合過程中，學生需考量面的大小、面的形狀、不同大小的面所需的個數……等。嘗試錯誤的過程將提供學生後續討論的養分與素材。有了製作體驗後，接著讓學生觀察比較形體的異同，並歸納正方體與長方體的特徵。為了更加凸顯正方體與長方體面與面、邊與邊的垂直平行關係，教材引入梯形柱與正方體、長方體做比較。



活動二 長方體與正方體的展開圖

此活動欲達成單元教學目標3(認識正方體與長方體的展開圖)。此部分的教學重心包含辨識展開圖，以及展開圖的多樣性。除了實際操作外，還有其他策略可以協助孩子辨識嗎？展開圖的多樣性與後續數學學習的連結為何？仔細思考後，我們發現「形體特性」有助於展開圖的辨識，而展開圖多樣性與後續數學學習較無直接聯繫。於是，我們設定「利用形體特性辨識展開圖」為此活動的教學重點。同時，為使學習與生活連結，我們增加了「繪製展開圖」的教學。展開圖的教學活動從製作的便利性切入，讓學生回顧活動一製作紙盒的過程，引出使用展開圖的需求——一體成形，方便組合。待學生認識展開圖後，我們逐步引導學生利用習得的形體知識進行判斷，如：由三組全等的面組成的長方體，其全等的面互為對面、六個全等的長方形無法組成長方體、組合時相鄰兩個面的邊必須等長……等。當學生能成功利用圖卡拼排展開圖後，我們請學生根據提供的物品量身製作包裝盒，此時，學生需對實物進行測量，並決定每一個面的大小以及它在展開圖中的位置，完成展開圖的繪製。

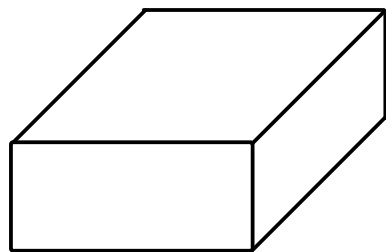


活動三 長方體與正方體的示意圖

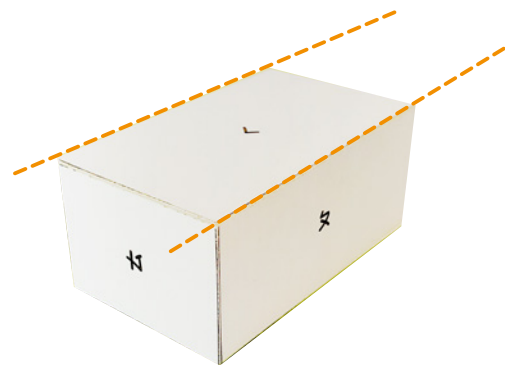
活動三欲達成單元教學目標 4 (認識正方體與長方體的示意圖) 。如何將立體形體平面化？一個包裝盒設計完成了，如何告訴別人這個盒子的大小、形狀呢？此活動透過不同角度的描繪，帶領學生初步認識示意圖，而後藉溝通的需求，引出標註長、寬、高的數據，完成包裝盒示意圖的繪製。

事實上，「示意圖」的教學並不在此階段學習內容中，但在多場研發會議裡，各階段老師及教授互相核對發現，國小課程大量使用「示意圖」呈現立體形體，卻沒有針對示意圖做相關介紹。曾經，為了向孩子介紹立體形體平面化後的樣貌，我們嘗試採用拍照的方式進行。但是，不管從哪個角度拍攝，都無法拍出課本呈現的樣子，經過研究討論才發現，數學上的示意圖與美術課的透視圖看似相近，實則不同。數學上的示意圖 (也稱為視圖) 保留對邊的平行等長關係，但美術課繪製長方體時，因為消失點的呈現，邊與邊並不會呈現平行關係，這個現象在拍照的時候就看得出來 (如下圖右) 。

此外，探討長方體、正方體構成要素及關係時，我們指出長方體與正方體的鄰邊會互相垂直，但在示意圖上卻沒有辦法呈現邊與邊的垂直關係，關於這點孩子知道嗎？示意圖與原形體大小的關係是什麼？標示哪些數據就可以代表這個形體的大小？林林總總的問題在對話過程中一一浮現無法漠視，儘管教學時數受限，我們仍決定保留示意圖教學於模組中。



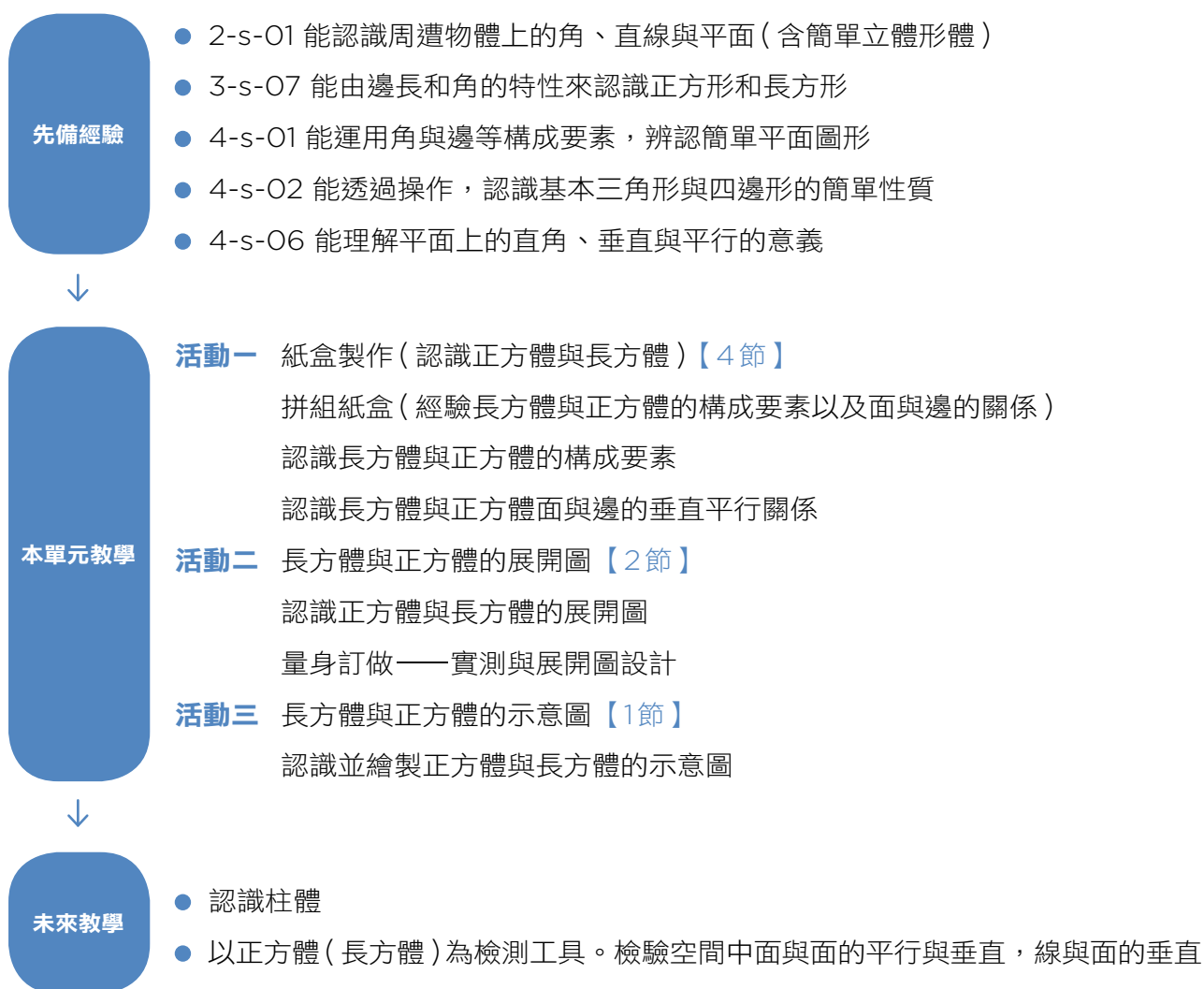
長方體示意圖 (視圖)



長方體紙盒照片

模組架構

根據教學想法，我們設計三大活動：紙盒製作、展開圖與示意圖。在紙盒製作活動中，透過引導讓學生認識長方體與正方體的構成要素及面與邊的關係。接著，從方便性與檢驗的角度切入展開圖的認識，並實際測量物品設計適當的包裝盒。最後，為了方便溝通與呈現，引出示意圖的使用需求。教學架構、學習者先備能力與未來相關學習彙整如下：



核心素養指標

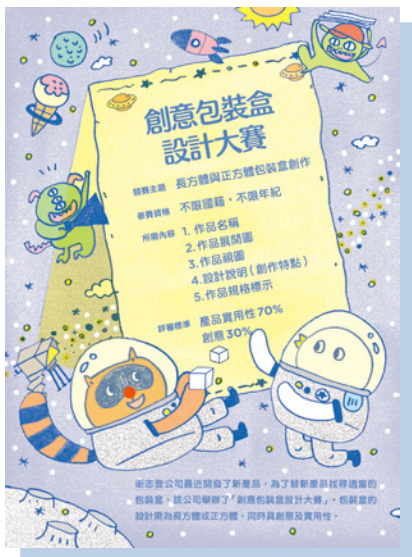
- 數-E-A2 具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。
- 數-E-C2 具備樂於與他人分享解題過程的素養。



教學活動安排

引導活動

情境引導



孩子在低年級已初步認識長方體與正方體，對於形體的名稱並不陌生，本活動以參加包裝盒設計大賽為題，事先說明本模組需完成的學習內容，讓學生對接下來的活動有初步概念，而後引導學生思考製作長方體與正方體紙盒的方法，並藉由製作過程進一步了解長方體與正方體。

教學建議

1. 衛志登公司要求製作長方體或正方體包裝盒，應用這兩種形體於包裝盒有什麼好處？教學前可先請學生觀察市面上的包裝盒，而後拋出布題 1 帶領學生初步探討長方體（正方體）的特性：每個面都是平面，堆放時不會隨意滾動；方便無空隙堆疊，避免空間的浪費；長方體有三組不同大小的面，堆疊時可適應不同空間調整堆疊方式……等。
2. 完成這項挑戰需要哪些知識與技能？透過布題 1，引領學生閱讀設計大賽說明（P.1）概覽活動內容，並讓學生知道在這個模組中，將進一步認識長方體（正方體）、學會製作長方體（正方體）紙盒，認識與繪製展開圖、認識與繪製示意圖、標示相關數據等。
3. 此兩布題為引導活動，教師可視教學需求作適當調整取捨。



教學活動安排

活動 一

紙盒製作——認識正方體與長方體

布題 ① ~ ⑥ P.9

布題 ⑦ ~ ⑨ P.13

布題 ⑩ P.15

能製作正方體與長方體紙盒

活動一 紙盒製作

1 想一想，製作一個正方體需要什麼形狀的圖卡？需要幾張呢？

2 將附件四-1、四-2及四-3圖卡剪下來，試試看，這些圖卡可以組出哪些不同的正方體？

3 凱凱說：「正方體由6個正方形組合而成。」你同意他的說法嗎？怎麼說會更完整？

4 想一想，製作一個長方體需要什麼形狀的圖卡？需要幾張呢？

5 利用附件四-1、四-2及四-3圖卡試試看，這些圖卡可以組出哪些不同的長方體？

6 翔翔說：「長方體由6個長方形組合而成。」你同意他的說法嗎？怎麼說會更完整？

教學準備

- 附件四-1、四-2、四-3每生一份(包含圖卡： 4×7 、 5×5 、 5×7 、 12×4 、 12×5 、 7×7 、 12×7 各2張)
- 附件四-4為教師專用梯形柱圖卡一份(包含： 5×7 長方形、 $(12+4) \times 3$ 梯形各2張； 4×7 、 12×7 長方形圖卡各一張)
- 每生準備剪刀、膠帶。
- 為方便教學進行，建議於課前請學生將圖卡剪下。

分組方式說明

1. 建議教學時採分組方式進行，每組人數不同(有些組別1人、有些組別2人、有些組別3~4人)，製作形體時，同組學生可共用圖卡(附件四-1、附件四-2、附件四-3)，各組持有的圖卡數量不同，促使產生不同組合類型的長方體或正方體。
2. 由於圖卡數量有限，「單獨操作」及「兩人一組」的學生將無法製作正方體，學生發現圖卡數量不足無法製作時，即產生討論需求。

教學建議

1. 布題**1**至布題**6**為經驗活動，分別嘗試製作正方體與長方體紙盒。由於孩子上次接觸立體形體在二年級時，距離五年級已有一段時間，在進行活動之前，教師亦可選擇增加下列活動提起學生舊經驗：
 - 挑選數個市面上常見的包裝盒供學生辨認，選出正方體與長方體。
 - 請學生舉例說明生活中有哪些常見的正方體或長方體。
2. 「嘗試錯誤」是孩子學習的不二法門，為了讓孩子有系統且有方向的嘗試，活動一開始，透過布題**1**：想一想，製作一個正方體需要什麼形狀的圖卡？需要幾張？引導孩子思考，讓孩子在動手操作前先有想法，再根據想法實作與修正。實際進行教學時，孩子很快地說出6張正方形圖卡就可以製作一個正方體紙盒。但進行布題**2**實際拼組時，問題就發生了。有些組別（1或2人一組）雖能湊出6張正方形圖卡，卻無法拼組成正方體，此時，我們即與學生討論布題**3**：6張正方形圖卡即可組成正方體。這樣的說法是否完整？怎麼說會更好？引導學生根據實作經驗修正為「正方體需由6個全等（一樣大）正方形的面組成。」完成討論後，讓學生與他組交換圖卡，每一組至少完成一個正方體紙盒，以作為後續討論的素材。
3. 有了正方體紙盒製作的經驗，布題**4**至布題**6**將進行長方體的製作。布題**4**：想一想，製作一個長方體需要什麼形狀的圖卡？需要幾張呢？引導學生先行思考。針對布題**4**，學生可能的回答包含：
 - 6張一樣大的長方形圖卡。
 - 2張一樣大的正方形、4張一樣大的長方形圖卡。
 - 3組一樣大的長方形圖卡
4. 由於長方體的組合比較複雜，孩子在組合長方體時，容易出現較多錯誤類型，教師可透過布題**6**及相關追問與學生共同討論並修正原先的預測：
 - 組成長方體的六張圖卡是長方體的什麼？（面）
 - 長方體一定是用6張長方形圖卡組合而成嗎？
（2張全等的正方形圖卡加上4張全等的長方形圖卡也可以組成長方體）
 - 組成長方體的六張圖卡，可以任意選擇嗎？還要注意些什麼？
（組合時，面與面接合的邊要一樣長、相對的面要一樣大……）
5. 以上六個布題依據形體區分為前後兩個區塊，教師可依學生先備經驗及教學情形調整。在圖卡拼組過程中，學生關注的是形體中「面」的組成，接下來的活動將進一步觀察完整形體的其他特徵。

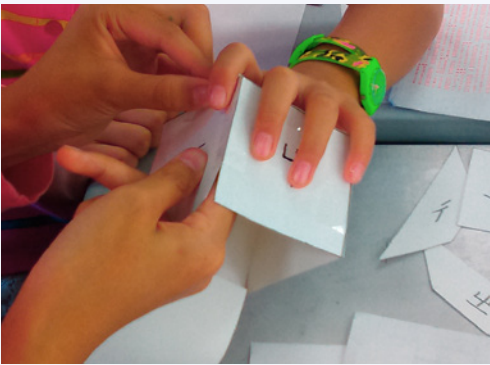
學生實作分享

進行布題 2

學生利用圖卡拼組正方體的策略有以下三種：

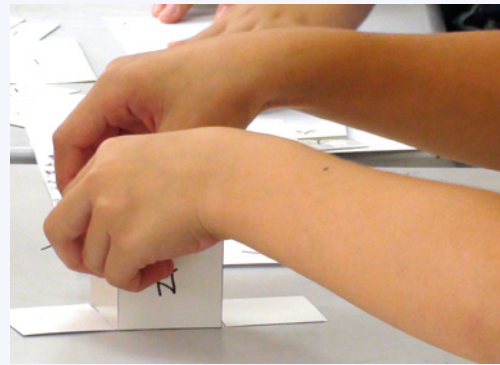
策略一

兩兩合作直接組合



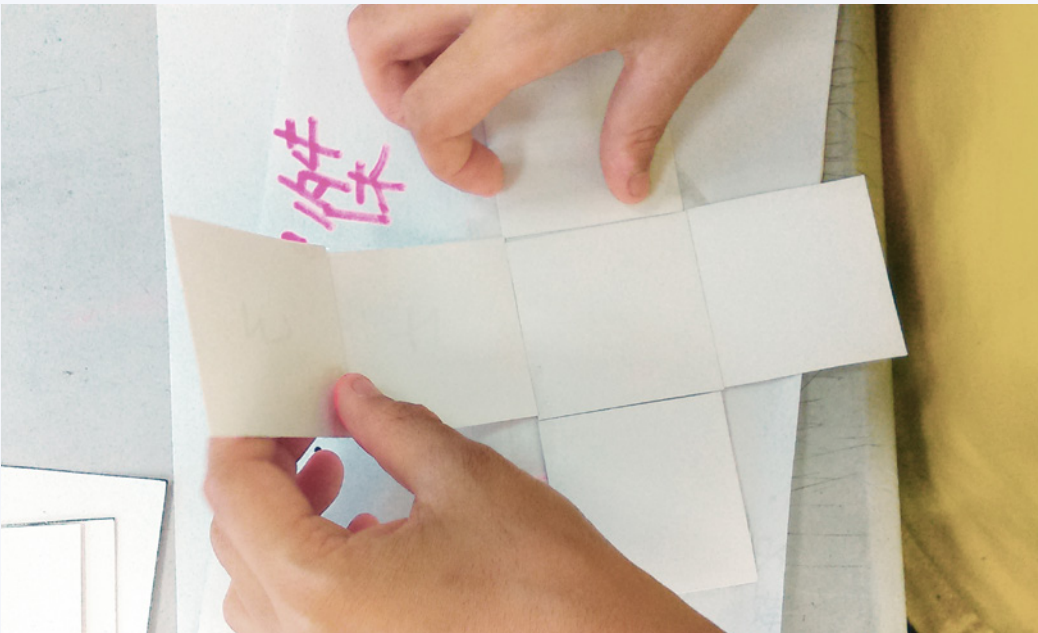
策略二

立起確認面的位置後，攤開黏貼再組合



策略三

黏貼成展開圖，再組合



透過觀察比較，認識長方體與正方體的構成要素以及邊、面的關係



教學建議

1. 經驗正方體與長方體的製作後，接著將做好的形體進行分類，利用布題 7 及布題 8 分別引導學生觀察正方體與長方體的特徵，並將觀察結果記錄於紙條上，方便張貼於黑板做後續分類、討論。
2. 由於習慣用語不同，容易產生干擾（如上下面、左右面、前後面等），而產生統一用語的需求。此時介紹鄰面、對面、鄰邊、對邊等用詞取代學生習慣用語，並請學生修正先前紀錄紙上的用詞，確認學生是否接受並應用新的用語。
3. 需進一步澄清與確認學生的觀察結果。
4. 利用布題 9 引導學生歸納整理：先提取出正方體與長方體的共同特徵（6 個面，8 個頂點，12 條邊……等），而後針對不同處進行分類探討，此時，老師可透過下列相關追問，引導學生做進一步的觀察與思考：
 - 正方體有 12 條等長的邊，那長方體的邊呢？每一條都不一樣長嗎？哪幾條邊一樣長？有幾組一樣長的邊？
 - 正方體有六個全等的面，那長方體呢？每個面都不一樣大嗎？哪些面一樣大？有幾組一樣大的面？每一組有幾個一樣大的面？分別是什麼形狀的面？
 - 長方體中對面會互相平行，正方體的面呢？有一樣的關係嗎？
 - 長方體中，每個面都會和鄰面互相垂直，正方體是否也有相同的特徵？
 - 正方體與長方體中，是否有互相平行的邊？是否有互相垂直的邊？請指出來。
 - 正方體與長方體中，哪些邊會互相平行？哪些邊會互相垂直？請指出來。

學生實作分享

進行布題 7

觀察製作完成的正方體，說說看，這些正方體有什麼共同的特徵？學生的發現包含：

6張正方形
一樣大的

正方體的上下、左右都是平行。
行

都有24個直角。

都一定會有六個面。
而且一樣大

一個正方體有12條一樣長的邊

都有8個頂點

進行布題 8

觀察製作完成的長方體，說說看，這些長方體有什麼共同的特徵？學生的發現包含：

上下的面一樣大，左右的面一樣，前後的面一樣

都有六個面。

兩張一樣大小的正方形，四張一樣大的長方形，但是這六張的長也要一樣。

下面和上面平行，左邊和右邊平行，前面和後面平行。

相對面的面積都一樣大。

4張一樣大的長方形（不一定）
2張一樣大的長方形
2張一樣大的正方形。

每個面不會和對面垂直，而會跟其它面垂直。

前後、左右的面都一樣大，上面的面就一定會是正方形。

長方體有12條邊。

上下、左右、前後的面會互相平行。

前後左右都一樣，只有上下不一樣。

長方體有8個頂點

1.長方形都是用六張圖形組成的。

2.只有上下的兩個圖形一樣大，左右的圖形也一樣大，前後也

都一樣大。

3.上面和下面平行，左邊和右邊平行，前面和後面平行。

一面有6個角，代表六個面就有

24個角 $4 \times 6 = 24$

能歸納整理與檢驗長方體與正方體的構成要素以及邊、面的關係

NOTE

根據以上的觀察與記錄，我們可以發現：

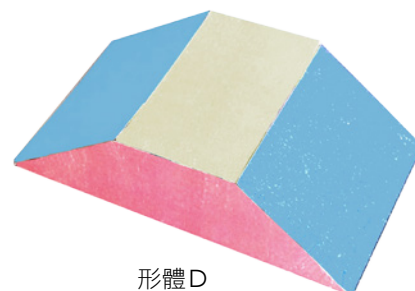
- ★ 正方體與長方體都有 6 個面，8 個頂點，12 條邊。
在長方體與正方體中，對邊會互相平行，鄰邊會互相垂直；
對面會互相平行，鄰面會互相垂直。
- ★ 正方體由六個全等的面組成，每個面都是正方形；
長方體由三組（或二組）全等的面組成，
每個面都是長方形或正方形。
- ★ 正方體的 12 條邊都等長；
長方體則有三組或二組一樣長的邊。

10 想一想，形體 D 可以稱為正方體或長方體嗎？
為什麼？請寫出理由，至少三個。




教學建議

1. 歸納整理長方體與正方體的相關概念後，提出布題 10，請學生根據長方體與正方體的構成要素與關係，說明形體 D 不是長方體或正方體的理由。
2. 若實際進行教學時，學生於布題 7、布題 8 並未出現面與面及邊與邊的關係，教學者可先針對構成要素進行歸納，再引出梯形柱，凸顯正方體與長方體面與面（邊與邊）的垂直平行關係，並利用布題 10 及下列問話進行引導：
 - 讓我們一起來觀察，正方體與長方體中，面與面之間有什麼關係？
 - 讓我們一起來觀察，正方體與長方體中，邊與邊之間有什麼關係？
 - 哪些面會互相平行？哪些面會互相垂直？
 - 哪些邊會互相平行？哪些邊會互相垂直？



形體 D

學生實作分享

前述活動中，孩子透過觀察比較、以及視覺直觀認識形體的構成要素與關係，已達到國小階段學生學習目標。為了更進一步探索孩子對於相關概念的想法，我們額外設計下列四個問題，供孩子思考激盪。此部分教師可視教學時間與學生學習情形取舍。布題及孩子想法如下：

1. 說說看，你怎麼知道鄰邊會互相垂直呢？

想法一 因為正方體與長方體的面都是正方形或長方形，這兩種形狀都有四個直角，因此，相鄰的邊會互相垂直。

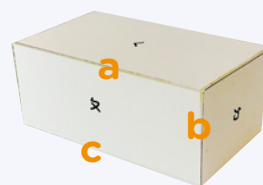
想法二 用量角器(三角板)量，相鄰兩邊的夾角是90度。

2. 說說看，你怎麼知道對邊會互相平行呢？

想法一 因為各面為長方形，所以a邊垂直於b邊，c邊也垂直於b邊，所以a邊與c邊互相平行。

想法二 因為把a邊與c邊延長，不會有交點。

想法三 拿尺量，a邊與c邊間的距離都一樣長。

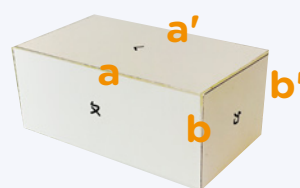


3. 說說看，你怎麼知道鄰面會互相垂直呢？

想法一 因為a邊垂直b邊；a'邊垂直b'邊，而且各面與各面均為平面，沒有彎曲或凹凸問題。

想法二 製作一個水平的面與鉛垂的面，使兩面互相垂直如書檔(簡易書架，兩面互相垂直)，再利用此工具做兩面貼合的檢驗。

想法三 使用量角器檢驗兩個面是否成90度，檢查時眼睛需平視量角器確認這兩個面的交界處處90度。

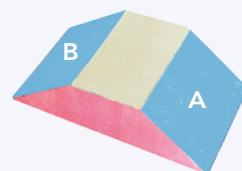


4. 說說看，你怎麼知道對面會互相平行呢？

想法一 因為撐起各面與其對面的四條邊(a邊、b邊、c邊及看不到的d邊)互相平行且等長，而且各面及它的對面都是平面沒有凹陷或突起，所以各面與它的對面間的距離都一樣長，不會碰在一起。

想法二 因為a邊與b邊互相平行，所以各面與其對面平行。【針對此解釋，可舉梯形柱為反例，梯形柱中，A、B兩面有互相平行的邊，但兩個面並不互相平行。亦可準備紙片延長A、B兩面使之相交，供學生判別。】

想法三 如右圖，找一根與邊(高)一樣長的棒子，移到盒子內部檢查，檢查時棒子要與上下的面垂直，若在盒子內移動時發現上下兩面間的距離都一樣長，就表示這兩個面互相平行。





教學活動安排

活動二

長方體與正方體的展開圖

布題 ① ~ ② P.18

布題 ③ ~ ⑨ P.19

認識形體的展開圖



教學建議

1. 考量此活動的困難度，採取逐步引導的方式進行。
2. 首先，引出使用展開圖的需求及命名。利用問話：包裝產品時，一片一片黏貼的方式既費時又不方便，針對這個問題，你有更好的策略嗎？請說說看。

引導學生根據先前經驗提出想法，接著介紹「展開圖」，方便後續溝通。

3. 布題①：想一想，只要將六張圖卡拼接成一整片，就能做出長方體的展開圖嗎？還需要注意些什麼呢？引導孩子回頭思考長方體與正方體的構成要素與邊、面的關係。
4. 布題②提出數個圖形，請學生利用相關概念進行判斷。
5. 由於繪製長方體展開圖的困難度較高，因此，本教學模組以長方體為探討主軸，同時於附件三提供正方體展開圖的辨識活動，主要目標為增強空間想像力，學生若難以想像，教學者可將圖形影印，並剪下來讓學生折疊。該活動提供九個圖形供師生使用，教師可視教學情形及時間取捨。

學生實作分享

針對布題①，學生作答如下：

- 如果是有兩個正方形的長方體，要先找出四張一樣大的長方形圖卡，一樣長的邊貼在一起，變成一個大長方形，然後再找符合邊長大小的兩片全等正方形接上去。
因為這兩個正方形是對面不是鄰面，所以不會接在一起，而且與長方形接合的邊要一樣長。
- 如果是三組長方形的長方體，要先找出兩個全等的長方形成一組，找三組，這三組長方形的邊要彼此能貼合，不能太長也不能太短。然後，全等的面不能貼在一起，因為全等的面是對面不是鄰面。

製作展開圖

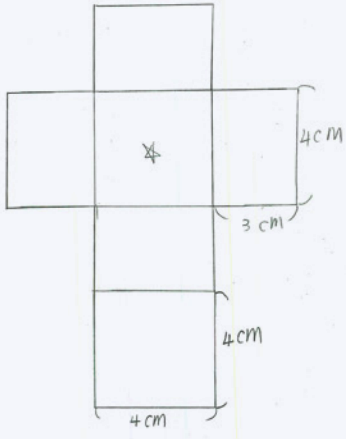


教學建議

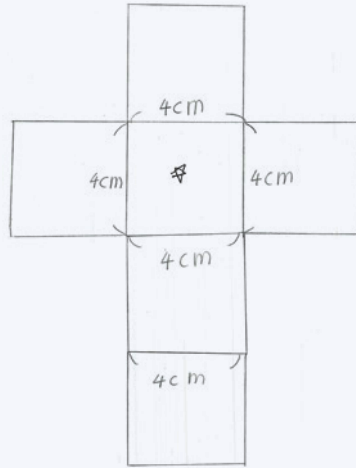
1. 本活動以小組方式進行。
2. 課前收集先前用剩的圖卡，挑選8張放進信封袋。
8張圖卡中，有2張是干擾，學生需選擇正確的六張，並放置正確位置黏貼成展開圖，過程中要求學生不可將圖卡立起來嘗試拼組，用以檢驗學生是否能應用前一活動習得的概念解決問題。
3. 布題4：與同學分享你的成果，並檢驗你的作品是不是長方體的展開圖。主要目標除了檢驗外，更希望透過分享活動，讓學生彼此交流拼貼過程中的發現，以及困難的發生點。
▲ 學生手冊中提供之圖片僅供參考，建議教學者使用教學時學生實際操作之成品進行討論。
4. 布題5為檢驗活動，提供物品讓學生進行實測，並根據所學，為物品量身繪製展開圖(附件一)。由於活動過程中，學生操作的速度以及方式不一，教學者可準備多樣不同物品各若干，一方面讓速度快的小朋友進行第二項、第三項物品的設計；另一方面，可根據學生使用相同物品，但設計出來的紙盒大小不一樣的結果，進行後續討論。
▲ 案例中提供的香氛蠟燭、玻璃瓶等僅供參考，建議教學者於教學現場選擇方便操作、大小適當(展開圖能在A4或B4等紙張上繪出)的實物供學生進行操作。
5. 布題6提供情境供學生分享、討論。
6. 設計大賽的評審標準中「實用性」佔70%，布題7引導學生根據材料的節省與否、產品是否方便拿取，產品在盒子中是否會因空隙過大，晃動造成損壞等原則進行審核與修正。此外，包裝盒若能增設其他用途(如，改裝為存錢筒……等)對消費者來說更實用，教學時可提供相關建議促發學生多元創作。
7. 設計大賽的評審標準中「創意」佔30%，布題8引導學生發揮巧思，結合藝術課程進行創作。

學生實作分享

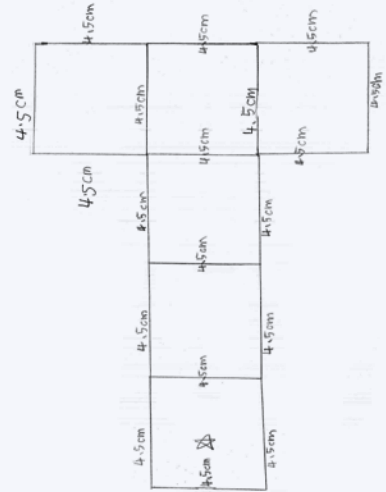
1. 布題5 學生為香氛蠟燭所繪製的展開圖如下：



長方體展開圖



邊長4公分的正方體展開圖



邊長4.5公分的正方體展開圖

2. 布題8 學生修正展開圖並增加創意作為後，成品如下：



利用魔鬼氈，方便開合。



平放盒



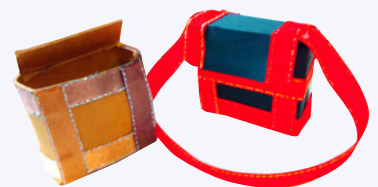
造型盒——可愛狗



鏤空，包裝盒兼具燈罩功能



禮物盒



立型盒



教學活動安排

活動三

長方體與正方體的示意圖

布題 ① ~ ③ P.22

布題 ④ ~ ⑥ P.24

認識長方體與正方體的示意圖

活動三 長方體與正方體的示意圖

小朋友，我們已完成展開圖的設計，接下來，我們將學習如何繪製包裝盒成品的示意圖。

1 以下幾張都是同一個長方體的照片，說說看，這些照片有什麼異同？

2 想一想，怎麼拍別人才知道這是一個長方體？

3 請試著畫下你製作的長方體紙盒，想一想，怎麼畫別人才清楚知道這是個長方體？

教學建議

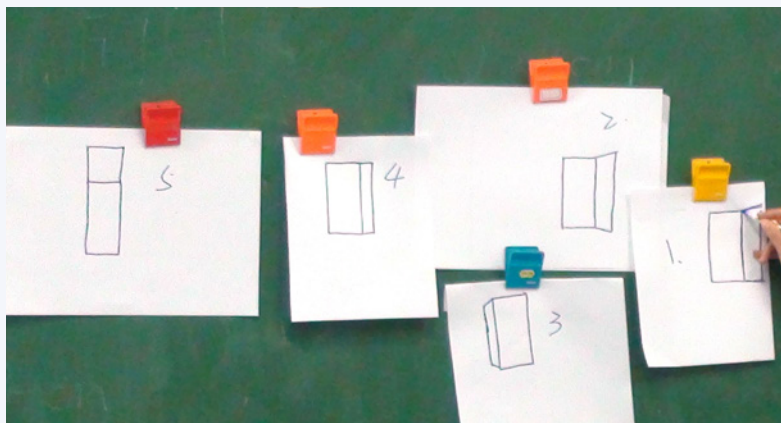
1. 透過觀察與繪製活動，以及討論修正的歷程讓學生初步認識示意圖及其呈現方式。學生經驗示意圖的繪製即可，不要求精準。
2. 布題①先請孩子觀察四張同一個長方體的照片，並說說看這四張照片有何異同。根據此布題，孩子可能發現：同一物體，觀察的角度不一樣，可以看到的面不同，拍出來的樣子就不同。
3. 順著孩子的想法討論布題②：從什麼角度拍攝，才能讓大家清楚這是一個長方體？在討論過程中，孩子可能提出的看法是：不能只拍一個面、拍三個面比較有立體感。
4. 布題③進行繪製前，先請孩子想一想，怎麼畫，才能讓他人清楚長方體的樣貌。孩子可能根據所學回答：要畫出三個面、注意各邊的長短關係、邊要平行、垂直，甚至要按照盒子實際大小畫下來等。而後請學生觀察長方體紙盒並嘗試繪製。
5. 繪製完成後，提出學生所繪製的成品進行相關討論與修正：
 - 從哪個角度才能看到長方體的三個面？
 - 慢慢移動你的位置，仔細觀察，並說說看你發現了什麼？
(移動位置時，某些面看起來會慢慢變小，某些面會慢慢變大)
 - 長方體紙盒相鄰的邊會互相垂直，繪製示意圖時若讓相鄰兩邊的夾角都是90度，畫出來的成品會怎麼樣？如何調整看起來比較像長方體？
 - 長方體紙盒相對的邊會互相平行且等長，繪製示意圖時也需要這樣畫嗎？
畫出來的成品看起來像長方體嗎？

學生實作分享

繪製示意圖對五年級學生來說並不容易，四年級繪製互相平行、互相垂直的線是此部分最重要的先備經驗。而立體形體平面化後呈現的樣貌已失去鄰邊互相垂直的特性，須經過多次的觀察討論與修正，示意圖的繪製才能漸趨成熟。



學生觀察形體，繪製示意圖



學生第一次嘗試繪製的示意圖

(僅畫出兩個面：編號2、3、4；表面鄰面互相垂直：編號5)

探討示意圖與實體的關係

為了讓大家清楚知道我們畫的是長方體，在繪製時，我們會儘量畫出可看見的三個面，並強調選的等長與平行，像這樣的圖，我們稱為長方體示意圖。



4 想一想，如何讓別人知道這個長方體紙盒的大小？



5 請在下方空格中練習繪製一個邊長5公分的正方體示意圖，並標示相關數據。



6 請完成作品設計圖二(附件二)：包裝盒的示意圖及作品規格標示。

7 檢視作品設計圖一「包裝盒的展開圖」，想一想，如何在展開圖上標示作品規格呢？

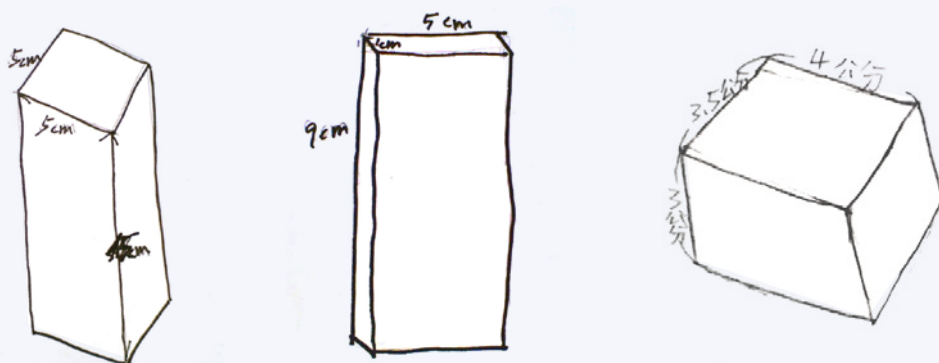
教學建議

1. 歸納示意圖的呈現方式並命名。
2. 根據布題 4 探討示意圖與實際形體的關係，學生可能的回答是：畫一個和形體一樣大的示意圖、將形體的樣子畫下來並標示長度等。若學生沒有提出標示長度的策略，教師可提出大型物體的示意圖與學生討論。
3. 學生提出標示長度的策略後，可追問：要標示哪些邊呢？每條邊都標示嗎？引導學生歸納至少需標示三條邊（長、寬、高）。
4. 實際進行教學時，正方體的數據標示出現分歧意見。有學生認為，只要註明正方體，標示一邊即可；也有學生認為標示三條邊不但能直觀確認紙盒有多寬，有多長，有多高（長、寬、高），還能省下標註形體名稱。教師可提出市面上多樣的包裝盒標示方式與學生進行討論選擇。
5. 此活動主要用意在於連結後續長方體與正方體體積、表面積的學習，並非訓練學生繪製完美示意圖。因此，課堂討論主軸為：示意圖上需要標示哪些長度，我們才能知道盒子的大小？示意圖上呈現出長方體紙盒的哪幾條邊？而知道了某些邊的長度，我們可以再推測出哪些邊的長度呢？……。透過此部分的實作與討論，為後續相關教學做墊步。

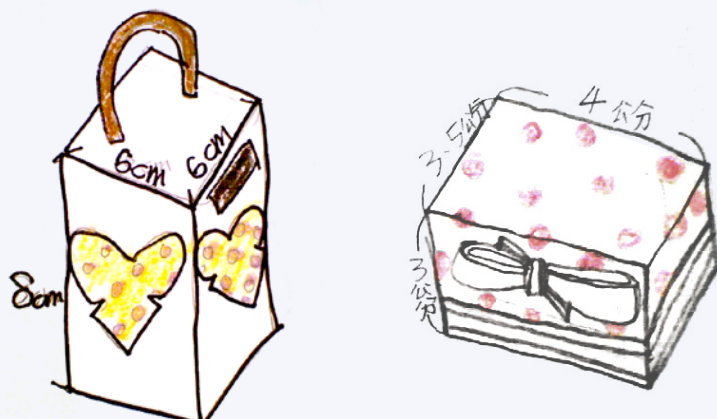
6. 布題 5 請學生觀察並繪製邊長 5 公分的正方體示意圖，此題除了讓孩子有再次練習的機會外，也用於檢驗孩子是否了解：只要標示長度為 5 公分，圖上的邊可以自行設定，不一定是畫 5 公分。
7. 繪製示意圖的練習完成後，請學生嘗試為自己製作的長方體或正方體紙盒繪製示意圖，並標示相關數據完成競賽的第二項作業（附件二），並回頭想想展開圖（附件一）的繪製中，哪些邊的長度需要標示，嘗試標註。
8. 設計圖二以繪製單純的長方體或正方體示意圖為主，若學生已能順利繪製，教師亦可依學生個別學習情形，進一步讓學生將創意作為的結果呈現在示意圖上。

學生實作分享

1. 長方體紙盒示意圖



2. 增加創意作為後的紙盒示意圖





學生課本解答

引導活動 ····· P.27

活動二 ····· P.30

活動一 ····· P.27

活動三 ····· P.32

1

櫥窗內的包裝盒琳瑯滿目，
仔細觀察你會發現，這些包裝盒以「長方體」居多，
想一想，可能的原因是什麼呢？

參考答案／每個面都是平面，堆放時不會隨意滾動；方便無空隙堆疊，避免空間的浪費；長方體有三組不同大小的面，堆疊時可適應不同空間調整堆疊方式……等

2

坤豪想參加這個設計比賽，
若要完成這項挑戰，
他需要「知道什麼」、「會做什麼」？

參考答案／

- 認識長方體（正方體）
- 學會製作長方體（正方體）紙盒
- 認識與繪製展開圖
- 認識與繪製示意圖
- 標示相關數據。

1

想一想，製作一個正方體
需要什麼形狀的圖卡？
需要幾張呢？

學生可能回答／正方形圖卡；六張

2

將附件四-1、四-2及四-3圖卡剪下來，
試試看，這些圖卡可以組出哪些不同的正方體？

略

3

凱凱說：「正方體由6個正方形組合而成。」
你同意他的說法嗎？怎麼說會更完整？

參考答案／正方體由6個一樣大（全等）的正方形組合而成

4

想一想，製作一個長方體需要什麼形狀的圖卡？
需要幾張呢？

學生可能回答／

- 6張一樣大的長方形圖卡。
- 2張一樣大的正方形、4張一樣大的長方形圖卡。
- 3組一樣大的長方形圖卡。

5

利用附件四-1、四-2及四-3圖卡試試看，
這些圖卡可以組出哪些不同的長方體？

略

6

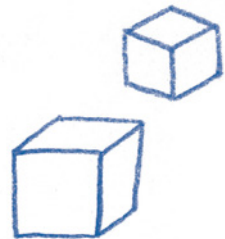
翔翔說：「長方體由6個長方形組合而成。」
你同意他的說法嗎？怎麼說會更完整？

參考答案／長方體有六個面，由三組(或兩組)全等的面組成。
面的形狀是長方形或正方形

7

觀察製作完成的正方體，
這些正方體有什麼共同的特徵？
請找出至少三個並寫下來。

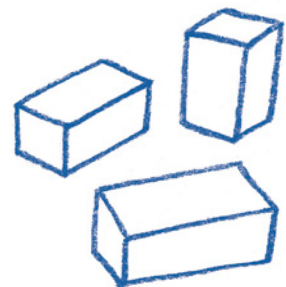
參考答案／由6個正方形的面組成、每個面都全
等、有8個頂點、12條邊、每條邊都等長、有互相
平行的面，也有互相垂直的面……。



8

觀察製作完成的長方體，
這些長方體有什麼共同的特徵？
請找出至少三個並寫下來。

參考答案／有6個面、有正方形或長方形的面、對
面全等、有8個頂點、12條邊、有兩組或三組一樣
長的邊、有互相平行的面，也有互相垂直的面……。



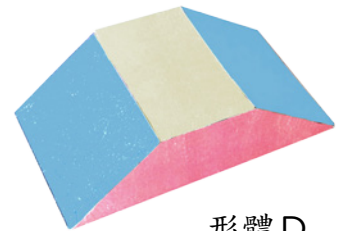
9

比較正方體與長方體，
它們有哪些共同特徵？
有哪些不一樣的特徵？請寫下來

	就「邊」來說	就「頂點」來說	就「面」來說	其他
共同特徵	<p>12條邊</p> <p>對邊互相平行</p> <p>鄰邊互相垂直</p>	<p>8個頂點</p>	<p>6個面</p> <p>對面互相平行</p> <p>鄰面互相垂直</p>	
不同特徵	<p>正方體 12條邊等長</p> <p>長方體有三組或二組一樣長的邊</p>		<p>正方體有六個全等的面；</p> <p>長方體由三組(或二組)全等的面組成。</p> <p>正方體的每個面都是正方形；</p> <p>長方體的面是長方形或正方形。</p>	

10

想一想，形體D可以稱為正方體或長方體嗎？
為什麼？請寫出理由，至少三個。



形體D

不是正方體，因為：

- 12條邊不等長
- 6個面不全等
- 六個面不是正方形
- 有些相鄰的邊不互相垂直
- 有些相鄰的面不互相垂直
- 有些相對的邊不平行
- 有些相對的面不平行

不是長方體，因為：

- 12條邊不等長
- 有些面不是長方形或正方形
- 有些相對的面不全等
- 有些相鄰的邊不互相垂直
- 有些相鄰的面不互相垂直
- 有些相對的邊不平行
- 有些相對的面不平行

恭喜各位小朋友，已學會製作長方體與正方體的包裝盒。
但，包裝產品時，一片一片黏貼的方式既費時又不方便，
針對這個問題，你有更好的策略嗎？請說說看。

參考答案／先將六個面平鋪貼成一整片，包裝時直接組合即可。

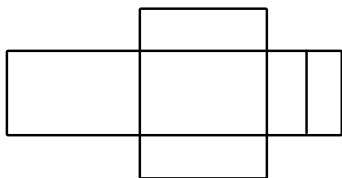
1

想一想，只要將六張圖卡拼接成一整片，
就能做出長方體的展開圖嗎？
還需要注意些什麼呢？

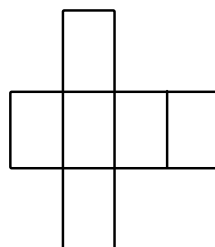
參考答案／如果是「有兩個正方形」的長方體，要先找出四張全等的長方形圖卡，再找符合邊長大小的兩片全等正方形圖卡。黏貼時，一樣長的邊貼在一起，先將四張全等的長方形圖卡貼成一個大長方形，然後再分別將正方形圖卡接上去。因為這兩個正方形是對面不是鄰面，所以不會接在一起，另外，與長方形接合的邊要一樣長。如果是由「三組長方形」構成的長方體，要先分別找出兩兩全等的長方形圖卡三組，這三組長方形圖卡的邊要彼此吻合，全等的面不能貼在一起，因為全等的面是對面不是鄰面。

2

以下幾個是凱凱用圖卡組合的圖，
這些圖是長方體的展開圖嗎？
說說看，你是怎麼知道的？



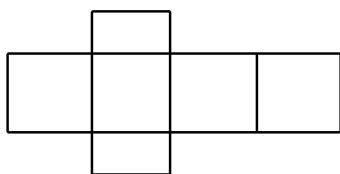
a



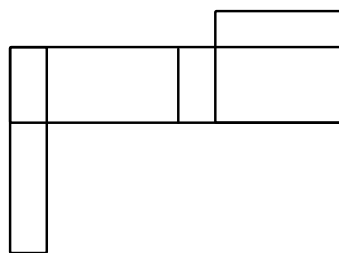
b

不是，因為全等的面是對面不是鄰面

不是，六個全等的長方形無法組成長方體



c



d

不是，因為相接的邊必須等長。

是

3

請挑選適當的圖卡拼排長方體的展開圖。

略

4

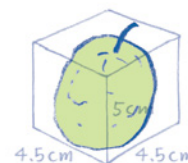
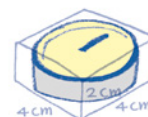
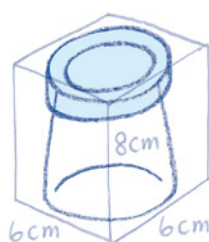
與同學分享你的成果，
並檢驗你的作品是不是長方體的展開圖。

略

5

衛志登公司開發的新產品如下，
請為產品量身設計包裝盒，
並繪出包裝盒的展開圖。

略



6

完成展開圖的設計後請與同學分享作品，
並說說看，如果你是衛志登公司的老闆，
你會選擇哪一個設計？為什麼？

學生可能回答／依據材料成本、使用方便性、實用性做選擇。

7

想一想，如何修正會更實用？

參考答案／

- 材料的使用是否能更節省？
- 產品是否方便拿取？
- 產品在盒子中是否會因空隙過大，晃動造成損壞？
- 包裝盒是否能增設其他用途？……等

8

還可以做什麼樣的改變展現創意？

略

9

請完成作品設計圖一(附件一):
包裝盒展開圖的設計。

略

活動三解答

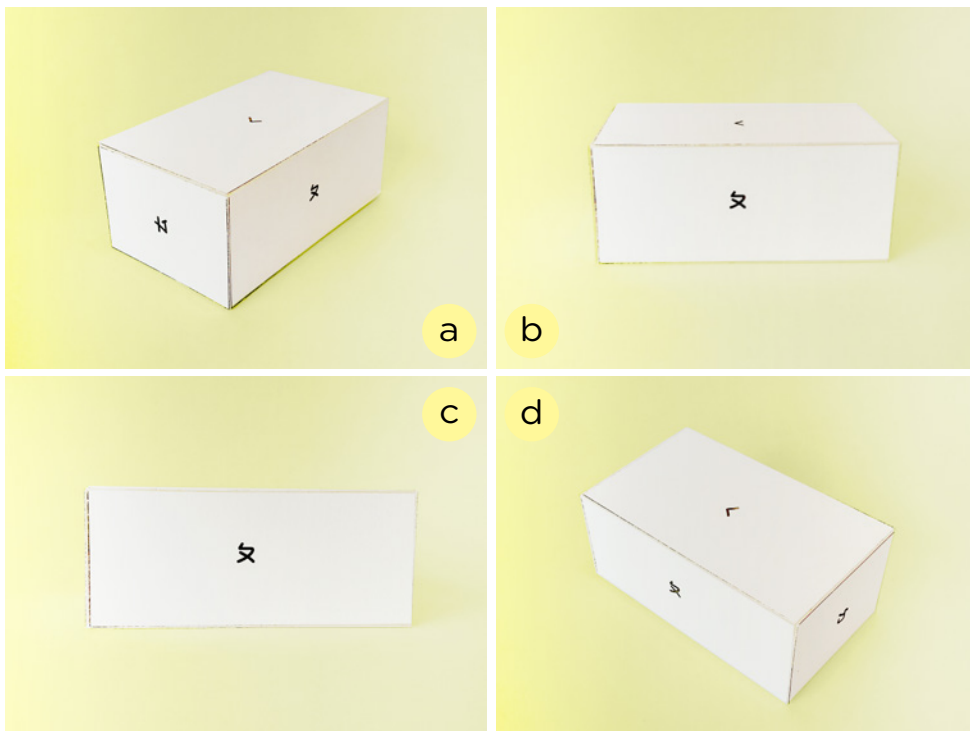
布題 1 ~ 7

學生課本 P.14-P.17

1

以下幾張都是同一個長方體的照片，
說說看，這些照片有什麼異同？

參考答案 / 雖然大家拍的都是同一個長方體，看的角度不一樣，
可以看到的面不同，拍出來的樣子就不同。



2

想一想，怎麼拍別人才知道這是一個長方體？

參考答案／不能只呈現一個面，呈現三個面比較有立體感，繪製時也需繪出三個面。

3

請試著畫下你製作的長方體紙盒。

想一想，怎麼畫別人才清楚知道這是個長方體？

略

4

想一想，如何讓別人知道這個長方體紙盒的大小？

參考答案／按照紙盒的實際大小畫出來、標示相關數據……

5

請在下方空格中練習繪製一個邊長5公分的正方體示意圖，並標示相關數據。

略

6

請完成作品設計圖二(附件二):
包裝盒的示意圖及作品規格標示。

略

7

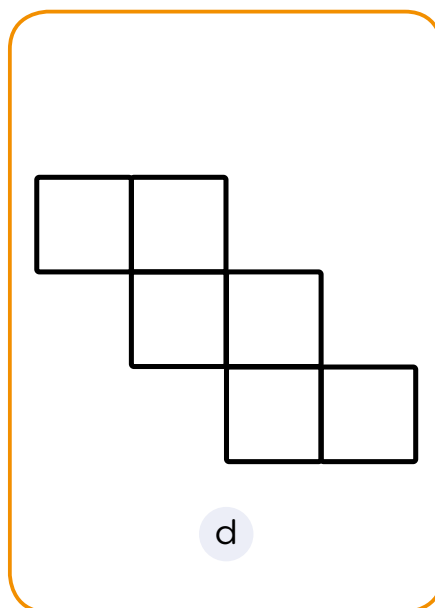
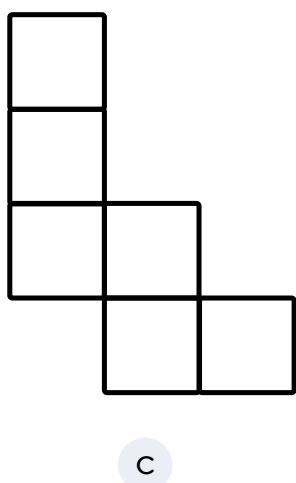
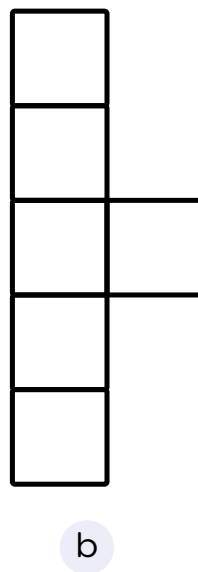
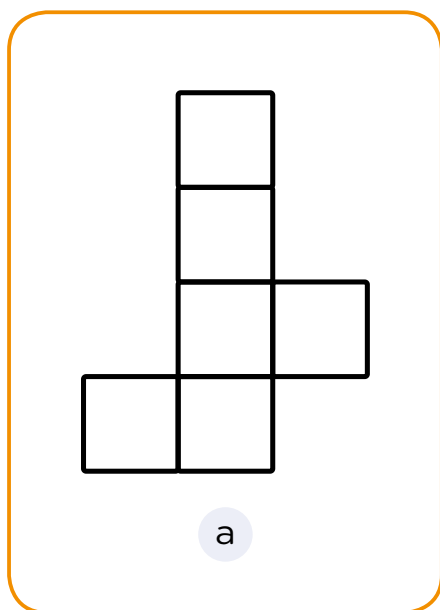
檢視作品設計圖一「包裝盒的展開圖」，
想一想，如何在展開圖上標示作品規格呢？

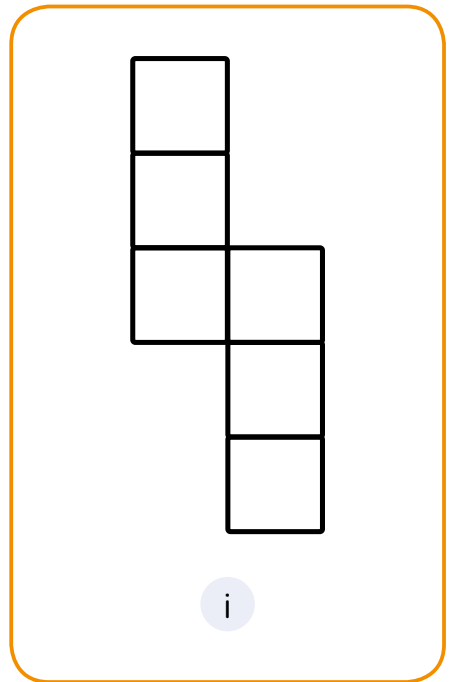
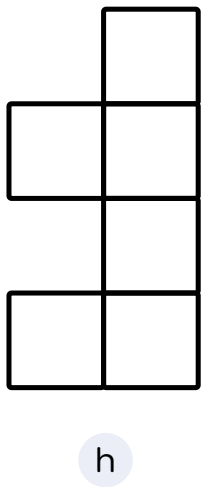
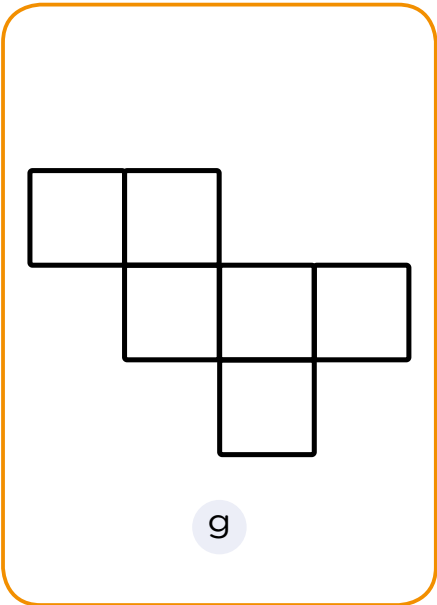
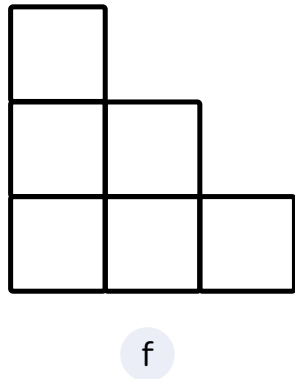
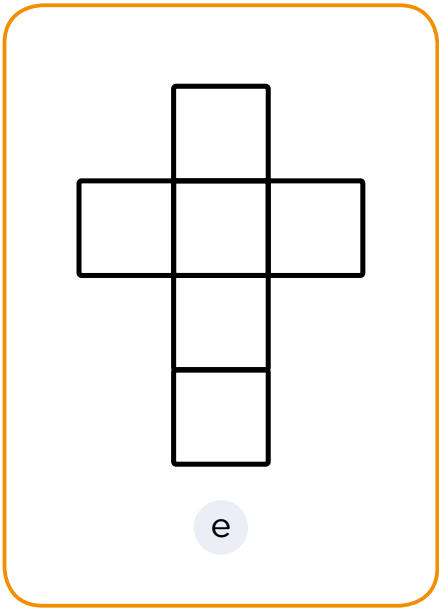
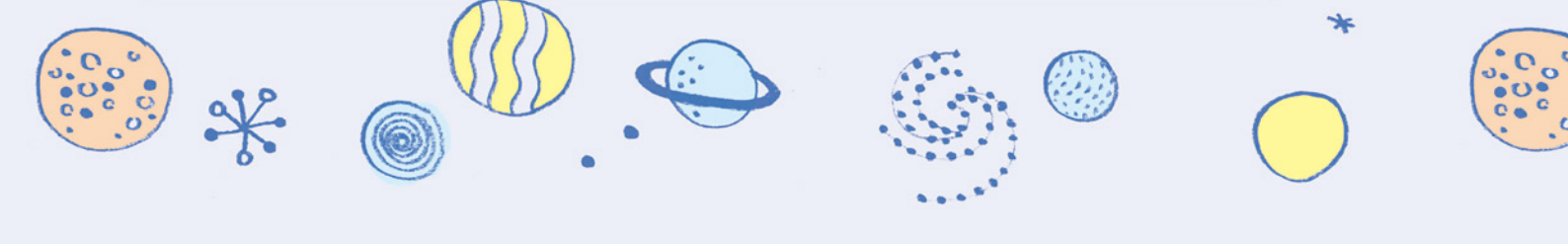
略

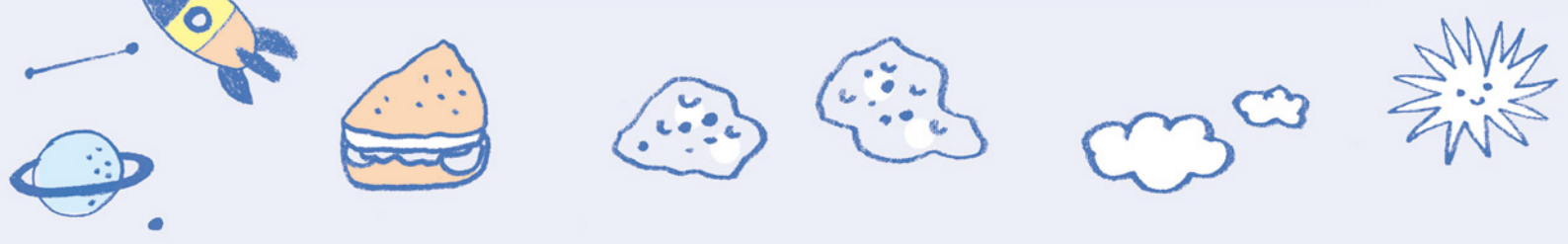
附件三 實力大挑戰

1

想一想，下列哪些圖是正方體的展開圖？請圈起來。
並說說看，你是怎麼知道的？ 學生說明合理即可。

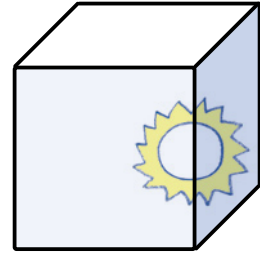




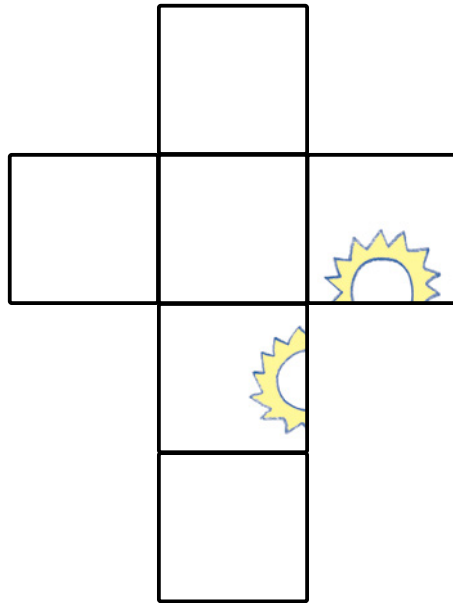


2

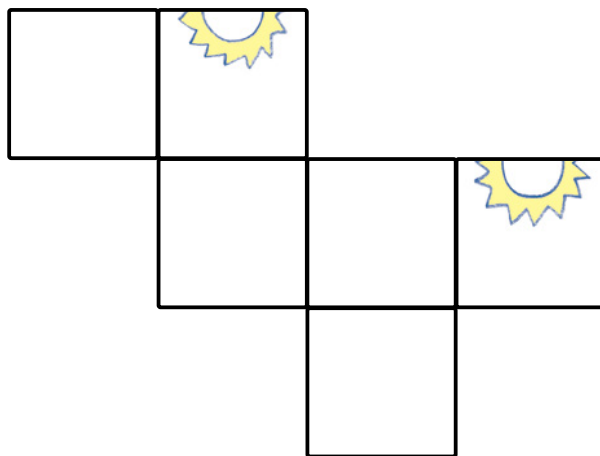
凱凱做了一個正方體紙盒，並在正方體兩面的邊上畫了一個圖案（如右圖A），若將此正方體剪成展開圖一及展開圖二，請問，太陽圖案分別會在哪些面上？請你畫畫看。



A



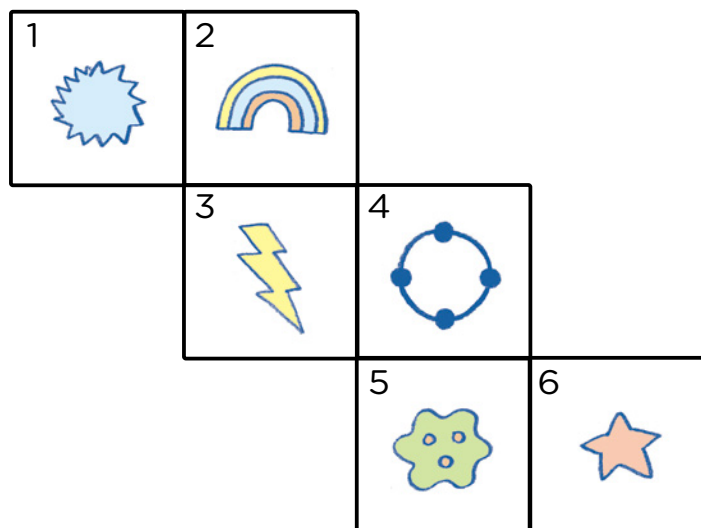
展開圖一



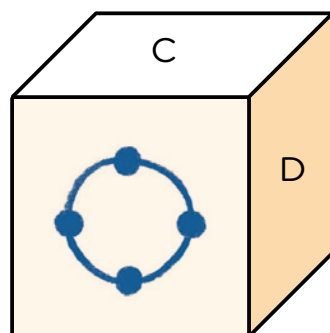
展開圖二

3

翔翔在正方體展開圖的面上畫圖案(如下圖A)，若將此展開圖組成盒子(如下圖B)，請問組合好後，C面與D面的圖案分別是什麼？



A



B

C面()、D面()

(C面2、D面6)、(C面6、D面5)、(C面5、D面3)、(C面3、D面2)

素養導向國民小學數學教材
正方體與長方體－教師手冊

發行人 許添明

出版者 國家教育研究院

編審者 十二年國民基本教育數學素養教材研發編輯小組

召集人 單維彰

副召集人 鄭章華

編輯小組 王統新、古欣怡、朱安強、吳汀菱、吳鈴蓉、林美曲
洪瑞英、馬雅筠、高健維、陳淑娟、曾明德、曾俊雄
蔡佩旻、鄧家駿

(依姓氏筆畫順序排列)

作者 古欣怡、林美曲

(依姓氏筆畫順序排列)

執行編輯 張淑娟、蔡敏冲

(依姓氏筆畫順序排列)

出版年月 105年9月

版次 初版

電子全文可至國家教育研究院網站
<http://www.naer.edu.tw> 免費取用



本書經雙向匿名審查通過
(歡迎使用，請註明出處)

素養導向數學教材 / 單維彰 主編
－ 初版 － 新北市三峽區：國家教育研究院，2016.09

1. 數學教育
2. 中小學教育
3. 教材與教法